Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Berechne den ganzen Teil der reellen Zahl $a=\sqrt[3]{125}+\sqrt{5}$.

5p **2.** Sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+m$, wo m eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl m, falls $(f\circ f)(x)=f(x+1)$ für jede reelle Zahl x gilt.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Ungleichung $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1}\le\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$.

5p **4.** Bestimme die Anzahl der Teilmengen mit mindestens drei Elementen der Menge $A=\{0,1,2,\ldots,9\}$.

5p **5.** Sei das Dreieck MNP mit $MN=6$, $MP=8$ und $m(\sphericalangle M)=90°$. Berechne die Länge des Vektors $\vec{u}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}$.

5p **6.** Bestimme die reelle Zahl x, falls $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x+2=0$ und $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Sei die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x \end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bestimme die reellen Zahlen x, für die $\det(A(x))=0$.

5p **b)** Beweise, dass $A(x)+A(1-x)=2A\left(\frac{1}{2}\right)$, für jede reelle Zahl x.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl x, für die $A(x)\cdot A(1-x)=\frac{1}{2}A\left(\frac{1}{2}\right)$.

2. Auf der Menge $\mathbb{Z}_{20}=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\ldots,\widehat{19}\}$ sei die Verknüpfung $x\circ y=xy+\hat{3}x+\hat{3}y+\hat{9}$.

5p **a)** Beweise, dass $x\circ y=(x+\hat{3})(y+\hat{3})$, für alle $x,y\in\mathbb{Z}_{20}$.

5p **b)** Bestimme $a\in\mathbb{Z}_{20}$, falls $a\circ x=\hat{0}$, für alle $x\in\mathbb{Z}_{20}$.

5p **c)** Gib ein Beispiel für $a,b\in\mathbb{Z}_{20}\setminus\{\widehat{17}\}$, für die $a\circ b=\hat{0}$.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Sei die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-\sqrt{x}$.

5p **a)** Zeige, dass $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-1}{x-1}=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Bestimme die Bildmenge der Funktion f .

5p **c)** Beweise, dass $2e^{2x}-e^{\frac{x}{2}}+\frac{3}{8}\geq 0$, für jede reelle Zahl x.

2. Sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^1 f(\operatorname{tg} x)\,dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Berechne $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx$.

5p **c)** Beweise, dass $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{n+2}\leq (n+1)\int_0^1 x^n f(x)\,dx\leq \frac{\pi}{4}-\frac{1}{2(n+2)}$, für jede von Null verschiedene natürliche Zahl n.