

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)  
Matematică *M\_șt-nat*

Model

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați primul termen al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_5 = 48$  și  $b_8 = 384$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 7x + 6$ . Determinați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $32^x = 16 \cdot 2^x$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr natural  $n$  din mulțimea  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , acesta să verifice egalitatea  $n^2 - 5n + 6 = 0$ .
- 5p 5. Determinați numărul real  $a$ , știind că vectorii  $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + (a-1)\vec{j}$  și  $\vec{v} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$  sunt coliniari.
- 5p 6. Arătați că  $(2\sin x + \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2 - 4\sin 2x = 5$ , pentru orice număr real  $x$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că  $\det(2A) = -28$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$ , știind că  $A + 2B = I_2$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p c) Dacă  $AB = BA$ , arătați că  $\det B \leq 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $(-1) \circ 1 = -1$ .
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x \circ x = x$ .
- 5p c) Determinați perechile  $(a, b)$  de numerele întregi, știind că  $a \circ b = 8$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-2)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = (x-1)e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f'(x) \geq -1$ , pentru orice număr real  $x$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 \left( f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = 3$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2 + \ln x + 2016$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$  este mai mic decât  $14\pi$ .