

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 7

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Determinați partea reală a numărului complex  $z = 1 + 2i + 3i^2$ .
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3x - 5$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x^2-x} = 3^{2x}$ .
- 5p 4. Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 0, 1, 2 și 3.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră vectorii  $\overline{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  și  $\overline{AC} = (m+1)\vec{i} + 4\vec{j}$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$  știind că  $\overline{AC} = 2\overline{AB}$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = AC = 3$  și  $BC = 3\sqrt{2}$ . Determinați  $\cos C$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ 2x^2 - 2x & 4x & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p a) Arătați că  $\det(A(0)) = 1$ .
- 5p b) Arătați că  $A(x+y) = A(x) \cdot A(y)$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  știind că  $A(x^2 + 2) = A(x) \cdot A(x) \cdot A(x)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 3X^2 + aX - 2$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $f(2) = 2(a-3)$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$  știind că polinomul  $f$  este divizibil prin  $X^2 - X + 1$ .
- 5p c) Pentru  $a = 3$ , rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $f(2^x) = 0$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{xe^x}{x+2}$ .

- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 2)e^x}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că ecuația  $f(x) = 1$  are cel puțin o soluție în intervalul  $(1, 2)$ .
2. Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n} dx$ .
- 5p a) Arătați că  $I_1 = 1 - \ln 2$ .
- 5p b) Arătați că  $I_{n+1} \leq I_n$  pentru orice număr natural nenul  $n$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ .